

Correction– Galaxie d'Andromède

Q1. L'effet Doppler consiste en une modification de la fréquence reçue par un récepteur quand la distance entre l'émetteur d'une onde et le récepteur varie au cours du temps (comme le NIIIIIAAAOOOW d'un bruit d'une formule 1 qui passe devant un micro).

Q2. En reprenant la démonstration exigible avec un émetteur sonore :

Considérons un émetteur d'ondes sonores **E**, qui se rapproche d'un récepteur fixe **R** avec une vitesse constante v .

E émet avec une période T_E une succession de bips qui se propagent à la célérité $v_{\text{onde}} > v$.

• À une date $t_1 = 0$ s, un bip est émis par **E** alors que la distance entre **E** et **R** est égale à D .

Ce bip émis à la date t_1 est reçu par **R** à la date t_2 .

On peut écrire : $v_{\text{onde}} = \frac{d}{\Delta t}$, ici $v_{\text{onde}} = \frac{D}{t_2 - t_1} = \frac{D}{t_2}$ donc $t_2 = \frac{D}{v_{\text{onde}}}$.

À la date $t_3 = T_E$, un autre bip est émis par **E** qui s'est rapproché de **R** :

Depuis le bip précédent, l'émetteur a parcouru la distance $d' = v \times T_E$.

Ce bip émis à la date t_3 est reçu par **R** à la date t_4 .

On peut écrire : $v_{\text{onde}} = \frac{d}{\Delta t}$, ici $v_{\text{onde}} = \frac{D - d'}{t_4 - t_3} = \frac{D - v \times T_E}{t_4 - T_E}$ donc

$$t_4 - T_E = \frac{D - v \times T_E}{v_{\text{onde}}} \Leftrightarrow t_4 = T_E + \frac{D - v \times T_E}{v_{\text{onde}}}$$

Les signaux émis par **E** avec une période T_E sont reçus par **R** avec une période $T_R = t_4 - t_2$.

$$\text{Ainsi } T_R = T_E + \frac{D - v \times T_E}{v_{\text{onde}}} - \frac{D}{v_{\text{onde}}} = T_E + \frac{D - v \times T_E - D}{v_{\text{onde}}} = T_E - \frac{v \times T_E}{v_{\text{onde}}} = T_E \times \left(1 - \frac{v}{v_{\text{onde}}}\right).$$

$$\text{Ainsi } \frac{1}{f_R} = \frac{1}{f_E} \times \left(1 - \frac{v}{v_{\text{onde}}}\right) \Leftrightarrow f_R = \frac{f_E}{1 - \frac{v}{v_{\text{onde}}}} \text{ ce qui devient } f_{\text{reçue}} = \frac{f_{\text{émise}}}{1 - \frac{v}{c}} \text{ pour une onde lumineuse.}$$

Q3. Le sujet indique qu'Andromède a une vitesse radiale de 300 km.s^{-1} ainsi $x = \frac{v}{c}$ devient

$$x = \frac{300 \times 10^3}{3,0 \times 10^8} = 1,0 \times 10^{-3}, \text{ on vérifie que } x \text{ est très petit devant } 1.$$

Malgré une valeur très élevée, la vitesse de la galaxie d'Andromède est négligeable devant celle de la lumière.

Q4. Par définition du décalage Doppler et l'utilisation de la relation de Q2 :

$$\delta f = f_{\text{reçue}} - f_{\text{émise}} = \frac{f_{\text{émise}}}{1 - \frac{v}{c}} - f_{\text{émise}}.$$

$$\text{En utilisant l'approximation mathématique donnée : } \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} \approx 1 + \frac{v}{c}$$

$$\text{On obtient } \delta f \approx f_{\text{émise}} \times \left(1 + \frac{v}{c}\right) - f_{\text{émise}} = f_{\text{émise}} \times \frac{v}{c}.$$

Q5. Il nous manque la valeur de $f_{\text{émise}}$ pour calculer $\delta f \approx f_{\text{émise}} \times \frac{v}{c}$

Par définition de la longueur d'onde : $\lambda = v_{\text{onde}} \times T = \frac{v_{\text{onde}}}{f}$.

Ici, on peut écrire $\lambda_0 = \frac{c}{f_{\text{émise}}} \Leftrightarrow f_{\text{émise}} = \frac{c}{\lambda_0}$.

Ainsi $\delta f \approx \frac{c}{\lambda_0} \times \frac{v}{c} = \frac{v}{\lambda_0}$

donc $\delta f \approx \frac{300 \times 10^3}{656,3 \times 10^{-9}} = 4,57 \times 10^{11} \text{ Hz}$.

Q6. Pour l'onde reçue sur Terre, $\lambda = \frac{c}{f_{\text{reçue}}} = \frac{c}{f_{\text{émise}} + \delta f}$ par définition du décalage Doppler.

Ainsi $\lambda = \frac{c}{\frac{c}{\lambda_0} + \delta f}$ donc $\lambda = \frac{3,0 \times 10^8}{\frac{3,0 \times 10^8}{656,3 \times 10^{-9}} + 4,57 \times 10^{11}} = 6,556 \times 10^{-7} \text{ m}$ soit 655,6 nm (en gardant la

même précision que λ_0).

La longueur d'onde reçue λ est donc inférieure à la longueur d'onde émise λ_0 .

Q7. Dans le cas d'une source qui s'éloigne du récepteur, le décalage Doppler $\delta f = f_{\text{reçue}} - f_{\text{émise}}$ devient négatif ($f_{\text{reçue}} < f_{\text{émise}}$ d'où le son plus grave lorsque la formule 1 s'éloigne).

Si la fréquence est plus basse, et comme $\lambda = \frac{c}{f}$ alors la longueur d'onde augmente.

La longueur d'onde reçue est supérieure à celle émise d'où un décalage vers les grandes longueurs d'onde : on parle de « redshift » car le rouge se situe dans les grandes longueurs d'onde (du visible).