

Correction Exercice TS cavitation

Exercice		
1	<p>Appliquons le théorème de Bernoulli entre la surface en B libre de la retenue et la sortie de la conduite en A, où la pression est égale à la pression atmosphérique P_0 :</p> $P_B + \rho \times g \times z_B + 0,5 \times \rho \times v_B^2 = P_A + \rho \times g \times z_A + 0,5 \times \rho \times v_A^2$ <p>Or $P_B = P_A = P_0$ et $v_B = 0$, et que $z_B - z_A = H$ on en déduit que $v_A = \sqrt{2gH}$ AN :</p> $v_A = \sqrt{2 \times 9,81 \times 120} = 48,5 \text{ m.s}^{-1}$ <p>On en déduit le débit à partir de la formule $D_V = v_A \times S = v_A \times \pi R^2$ AN : $D_V = 3,4 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$</p>	* * **
2.	<p>Appliquons maintenant le théorème de Bernoulli entre M d'une hauteur z dans la conduite et sa sortie A. Comme le diamètre de la canalisation ne change pas, la conservation du débit volumique indique que la vitesse est identique aux deux points considérés.</p> $P_M + \rho \times g \times z_M + 0,5 \times \rho \times v_M^2 = P_A + \rho \times g \times z_A + 0,5 \times \rho \times v_A^2$, or $P_A = P_0$ et $v_M = v_A$ et $z_A = 0$, on en déduit : $P_M = P_0 - \rho \times g \times z_M$	* *
3.	<p>Il y a cavitation si $P_M < P_{\text{sat}}$, donc pour z_M tel que : $P_0 - \rho \times g \times z_M < P_{\text{sat}}$ soit $z_M > \frac{P_0 - P_{\text{sat}}}{\rho \times g} = 10,2 \text{ m}$</p> <p>Comme la retenue d'eau se retrouve 95 m au-dessus de la sortie de la conduite, il y a très probablement cavitation, ce qui nuit au bon fonctionnement de l'installation.</p>	* * *
4	<p>Le fluide étant incompressible, il y a conservation du débit entre A et S donc : $v_A \times \frac{\pi D^2}{4} = v_S \times \frac{\pi d^2}{4}$, soit</p> $\frac{D^2}{d^2} = \frac{v_S}{v_A}$, comme $D > d$, alors $v_A < v_S$. <p>En reprenant l'équation de Bernoulli entre M et le point de sortie S, avec la conservation du débit, $v_M = v_A$ donc l'expression de P_M va être modifiée d'un terme supplémentaire positif : en conséquence, la pression sera plus élevée dans la conduite</p>	* * *
5	<p>Quantitativement nous avons $P_M + \rho \times g \times z_M + 0,5 \times \rho \times v_M^2 = P_S + \rho \times g \times z_S + 0,5 \times \rho \times v_S^2$, avec $z_S = 0$.</p> <p>Comme il n'y a pas de changement de section entre M et A, par conservation du débit, $v_M = v_A = v_S \frac{d^2}{D^2}$ d'après la question précédente, et que $P_S = P_0$ l'équation devient :</p> $P_M + \rho \times g \times z_M + 0,5 \times \rho \times v_S^2 \left(\frac{d}{D} \right)^4 = P_0 + 0,5 \times \rho \times v_S^2$ donc $P_M = P_0 - \rho \times g \times z_M + \frac{1}{2} \times \rho \times v_S^2 \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right)$	* * **
6	<p>On veut $P_M > P_{\text{sat}}$ pour $M = C$, point le plus haut de la conduite avec $z_C = H - H_0$. Pour $z_M = z_C$ en reprenant l'expression précédente $P_0 - \rho \times g \times z_C + \frac{1}{2} \times \rho \times v_S^2 \left(1 - \left(\frac{d_{\text{min}}}{D} \right)^4 \right) = P_{\text{sat}}$ et comme la vitesse de sortie est toujours $v_S = \sqrt{2gH}$ on obtient :</p> $d_{\text{min}} = D \times \sqrt[4]{\frac{P_0 - P_{\text{sat}} + \rho \times g \times H_0}{\rho \times g \times H}}$ AN : $d_{\text{min}} = 21,2 \text{ cm}$	* * *
Total /20		