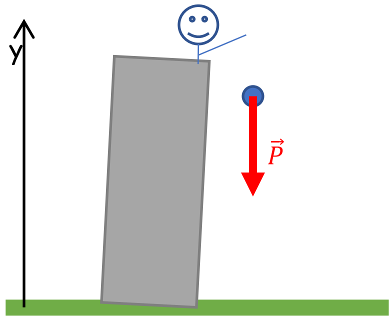
Correction : Chute verticale d'un boulet

Étude théorique



Les objets lâchés sans vitesse initiale par Galilée du haut de la tour de Pise ne sont soumis qu'à leur poids. On néglige les frottements de l'air.
système : boulet (m)
Référentiel : terrestre, supposé galiléen
Conditions initiales :

$$\overrightarrow{OM_0}\begin{pmatrix}0\\h\end{pmatrix};\overrightarrow{v_0}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

Bilan des forces :

$$\vec{P}\begin{pmatrix}0\\-mg\end{pmatrix}$$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique, on a :

$$\vec{P}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=\frac{1}{m}\vec{P}\Rightarrow\vec{a}\begin{pmatrix}0\\-g\end{pmatrix}$$

Par primitives successives, et en prenant en compte les conditions initiales, on obtient alors :

$$\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-gt\end{pmatrix};\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}0\\-\frac{1}{2}gt^2+h\end{pmatrix}$$

Le mouvement du boulet ne dépend pas de sa masse. La deuxième hypothèse de Galilée est donc vérifiée.
La distance parcourue par le boulet pendant une durée Δt est :

$$d=|y(t+\Delta t)-y(t)|=\frac{1}{2}g((t+\Delta t)^2-t^2)$$

En démarrant à t = 0, on a :
Premier temps : $d_1=|y(\Delta t)-y(0)|=\frac{1}{2}g\Delta t^2$
Deuxième temps : $d_2=|y(2\Delta t)-y(\Delta t)|=\frac{1}{2}g((2\Delta t)^2-\Delta t^2)=\frac{3}{2}g\Delta t^2=3d_1$
Troisième temps : $d_3=|y(3\Delta t)-y(2\Delta t)|=\frac{1}{2}g((3\Delta t)^2-(2\Delta t)^2)=\frac{5}{2}g\Delta t^2=5d_1$
La première hypothèse de Galilée est donc également vérifiée.