

Correction de l'interrogation surprise n°5

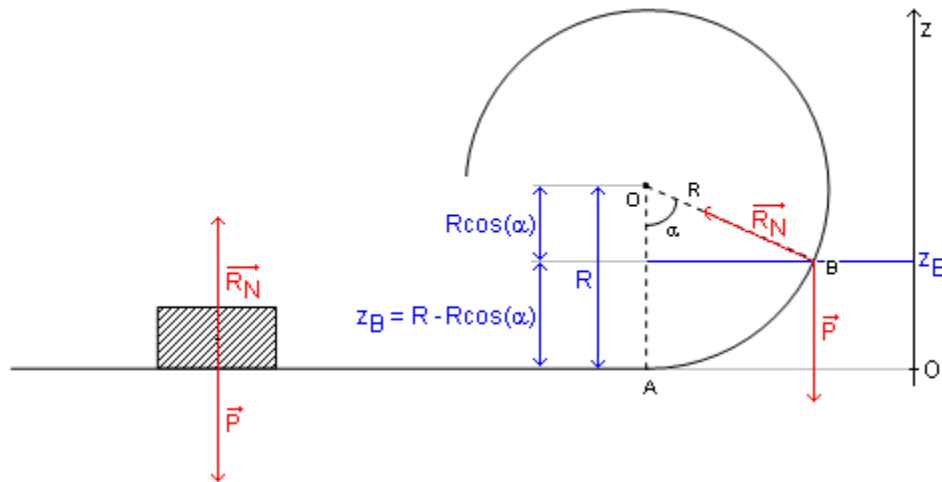
1. Expression de l'énergie mécanique du palet en A

Système étudié : le palet.

Forces extérieures :

\vec{P} : poids du palet.

\vec{R}_N : réaction du support (perpendiculaire au support en l'absence de frottements).



Soit la vitesse du palet sur le rail horizontal. D'après le principe de l'inertie, est constante sur le rail horizontal car le solide est soumis à des forces qui se compensent.

L'énergie potentielle de pesanteur du système au point A est :

$$E_{pp}(A) = 0.$$

L'énergie cinétique du système au point A est :

$$E_c(A) = \frac{1}{2}mv^2.$$

L'énergie mécanique du système au point A s'écrit :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) \Rightarrow E_m(A) = \frac{1}{2}mv^2.$$

2. Energie mécanique du palet en mouvement dans la boucle

Energie potentielle de pesanteur du système au point B : $E_{pp}(B) = mgz_B \Leftrightarrow E_{pp}(B) = mgR(1 - R\cos\alpha)$

Energie cinétique du système au point B : $E_c(B) = \frac{1}{2}mv_B^2.$

Energie mécanique du système au point B : $E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B) \Leftrightarrow E_m(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR(1 - \cos\alpha).$

3. L'énergie mécanique est constante

Le système (le palet) est soumis à son poids et à la réaction du support (perpendiculaire au support en l'absence de frottements). Le travail de la réaction du support est nul car la direction de est constamment perpendiculaire au mouvement.

Toutes les forces extérieures appliquées au système, à l'exception du poids, effectuent un travail nul :

l'énergie mécanique du système est donc constante.

4. a. Vitesse minimale du palet

Soit H le point situé au sommet de la boucle. Au point H, $\alpha = \pi \text{ rad}$ (180°) et la vitesse minimale est $v_H = \sqrt{gR}$. Il y a conservation de l'énergie mécanique ; on peut donc écrire :

$$\begin{aligned} E_m(A) = E_m(H) &\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_H^2 + mgR(1 - \cos\pi) \\ &\Rightarrow v^2 = v_H^2 + 2gR(1 + 1) \\ &\Rightarrow v = \sqrt{v_H^2 + 4gR} \\ &\Rightarrow v = \sqrt{gR + 4gR} \\ &\Rightarrow v = \sqrt{5gR} \end{aligned}$$

b. Application numérique

$$v = \sqrt{5 \times 9,8 \times 1,5} \Rightarrow v = 8,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$